



Aufgabe

Für Sprachsignalübertragungen schreibt die europäische CCITT-Norm einen Rauschabstand $S/N = 38.2$ dB vor, dies unabhängig vom jeweiligen Abtastwert. Nun sei ein linearer Quantisierer mit adaptiver Bandbreite und einem Eingangsspannungs-Bereich $-2.5 \text{ V} \leq U \leq 2.5 \text{ V}$ angenommen. Berechnen Sie für die Abtastwerte $U_1 = 0.2 \text{ V}$, $U_2 = 2.0 \text{ V}$

1. die Nr. n_x des Intervalls, in dem dieser Rauschabstand im Mittel gegeben ist,
2. die erforderliche Bitbreite v_x ,
3. den rückerkannten Wert U_a im Empfänger,
4. die exakte (d.h. nicht gemittelte) Fehlerspannung U_ε , den Rauschabstand S/N und den relativen Fehler δ !

1 Mittlerer Rauschabstand

Rauschleistung P_ε . Wird ein wertekontinuierliches Signal z. B. durch eine AD-DA-Wandlung diskretisiert, so unterscheidet sich das zurückgewonnene Signal durch eine Fehlerspannung U_ε vom Eingangssignal. Diese Differenzspannung ist verantwortlich für das sogenannte Digitalisierungsrauschen. Nimmt man eine konstante Fehlerspannung in einem Intervall an, so kann man die mittlere Rauschleistung P_ε bestimmen.

$$P_\varepsilon = \frac{(U_{\max} - U_{\min})^2}{6Rq^2} \quad (1)$$

Dabei sei der Wertebereich linear in q Intervalle unterteilt.

Rauschabstand S/N . Die empfangene Rauschleistung P_S je Intervall beträgt

$$P_S = \frac{U_{\max}^2 (2n-1)^2}{Rq^2}.$$

Daraus folgt für den mittleren Rauschabstand

$$\frac{S}{N}(n) = 10 \lg 3(2n-1)^2 \text{ dB}, \quad n \in \left[1, \frac{q}{2}\right] \cap \mathbb{N}. \quad (2)$$

Nun läßt sich die Nummer des Intervalls berechnen, in dem der Rauschabstand 38.2 dB beträgt.

$$S/N(n_x) = 38.2 \text{ dB} \leq 10 \lg 3(2n_x-1)^2 \text{ dB}$$

$$n_x \geq \frac{\sqrt{2202+1}}{2} = 23.96$$

Ab dem 24. Intervall wird der geforderte Wert erreicht.

2 Bitbreite

Das 24. Intervall reicht von $\frac{46}{q} \leq \frac{U}{U_{\max}} \leq \frac{48}{q}$. Daraus folgt für $U_1 = 0.2 \text{ V}$

$$\frac{0.2 \text{ V}}{2.5 \text{ V}} \geq \frac{46}{q_x}$$

$$q_x \geq 575, \quad \lg 575 = 9.16$$

$$\Rightarrow v_x = 10$$

Die erforderliche Bitbreite beträgt hier also 10 bit. Für $U_1 = 2.0 \text{ V}$ gilt

$$\frac{2.0 \text{ V}}{2.5 \text{ V}} \geq \frac{46}{q_x}$$

$$q_x \geq 57.5, \quad \lg 57.5 = 5.85$$

$$\Rightarrow v_x = 6$$

Für $U = 2.0 \text{ V}$ muß die Bitbreite mindestens 6 bit betragen.

3 Rückerkennung

Intervallnummer n_x . Als erstes muß die der Eingangsspannung zugeordnete Intervallnummer bestimmt werden. Diese errechnet sich wie folgt:

$$n_x = \left\lfloor \frac{U_e - U_{\min}}{U_{\max} - U_{\min}} q \right\rfloor + 1. \quad (3)$$

Die Intervalle beginnen hier immer bei Eins. Damit lassen sich die beiden Intervallnummern einfach ausrechnen.

$$n_x = \left\lfloor \frac{(0.2 \text{ V} + 2.5 \text{ V}) \cdot 1024}{5 \text{ V}} \right\rfloor + 1 = 553$$
$$n_x = \left\lfloor \frac{(2.0 \text{ V} + 2.5 \text{ V}) \cdot 64}{5 \text{ V}} \right\rfloor + 1 = 58$$

Rückerkannter Wert U_a . Die DA-Wandlung gehorcht folgender Gleichung:

$$U_a = (U_{\max} - U_{\min}) \frac{2n_x - 1}{2q} + U_{\min} \quad (4)$$

Damit ergeben sich die rückgewandelten Werte zu

$$U_a = 5 \text{ V} \cdot \frac{2 \cdot 553 - 1}{2 \cdot 1024} - 2,5 \text{ V} = \frac{405}{2048} \text{ V} = 0.19775 \text{ V} \text{ und}$$
$$U_a = 5 \text{ V} \cdot \frac{2 \cdot 58 - 1}{2 \cdot 64} - 2,5 \text{ V} = \frac{255}{128} \text{ V} = 1.99219 \text{ V}.$$

4 Fehlerspannung, Rauschabstand, rel. Fehler

Fehlerspannung U_ε . Die Fehlerspannung ist wie folgt definiert:

$$U_\varepsilon = U_a - U_e. \quad (5)$$

Die Zahlenwerte eingesetzt ergibt:

$$U_\varepsilon = 0.19775 \text{ V} - 0.2 \text{ V} = -0.00225 \text{ V} \text{ und}$$
$$U_\varepsilon = 1.99219 \text{ V} - 2,0 \text{ V} = -0.00781 \text{ V}.$$

Rauschabstand S/N . Mit der Gleichung

$$S/N = 20 \lg \left| \frac{U_\varepsilon}{U_e} \right| \text{ dB}$$

ist der Rauschabstand ganz einfach bestimmbar.

$$S/N = 20 \lg \frac{0.00225}{0.2} \text{ dB} = -38.977 \text{ dB}$$
$$S/N = 20 \lg \frac{0.00781}{2.0} \text{ dB} = -48.168 \text{ dB}$$

Die geforderten Rauschabstände werden, wie man leicht sieht, gut bis sehr gut eingehalten.

Relativer Fehler δ . Der relative Fehler bezogen auf das Eingangssignal läßt sich berechnen mit

$$\delta = \frac{U_\varepsilon}{U_e}.$$

Für die beiden Eingangsspannungen folgt daraus

$$\delta = \frac{-0.00225}{0.2} = -1.1\% \text{ sowie}$$
$$\delta = \frac{-0.00781}{2.0} = -0.4\%.$$

Fazit

Durch eine dynamisch angepaßte Bitbreite bei gegebenem Rauschabstand ließen sich Ressourcen sparen. Das Problem ist aber die Bestimmung der Bitbreite und die Umschaltung des AD- und DA-Wandlers. Entsprechende Steuerzeichen müßten im Übertragungsprotokoll eingefügt werden. Das ist nur sinnvoll, wenn man einen endlich langen Zeitabschnitt betrachtet und unter Beachtung des kleinsten Signalwertes dann die Bitbreite berechnet. So könnten lautere Tonpassagen ressourcenschonend übertragen werden.