



Aufgabe

Folgende zweidimensionale Häufigkeitsverteilung sei gegeben:

$x \backslash y$	1	0	-1	-2
3	0.02	0.08	0.04	0.06
1	0.01	0.04	0.02	0.03
0	0.04	0.16	0.08	0.12
-5	0.03	0.12	0.06	0.09

Gesucht sind \bar{x} , \bar{y} , $\text{var}(X)$, $\text{var}(Y)$, \overline{xy} , $\text{cov}(XY)$ und ρ_{xy} .

Lösung

Im folgenden werden die Berechnungen anhand des CASIO fx-991H erläutert. Zu Beginn muß dieser durch die Tastenfolge

- MODE 2
- SHIFT AC

initialisiert werden. Danach müssen alle Werte der obigen Tabelle folgendermaßen eingegeben werden

- 3 [(---] 1 × 2 M+
- 0 × 8 M+
- 1 +/- × 4 M+
- 2 +/- × 6 M+
- 1 [(---] 1 × 1 M+
- 0 × 4 M+
- \vdots
- 1 +/- × 6 M+
- 2 +/- × 9 M+

Die Anzahl der eingegebenen Wertepaare muß 100 sein. Dies läßt sich durch Betätigen der Tasten Kout 3 leicht überprüfen.

Arithmetischer Mittelwert. Der Mittelwert einer diskreten Zufallsgröße ist definiert durch

$$\bar{x} = E\{X\} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x(k). \quad (1)$$

Mit der Tastenkombination SHIFT 1 und SHIFT 2 können die Mittelwerte zu $\bar{x} = -0.8$ bzw. $\bar{y} = -0.7$ bestimmt werden.

Varianz. Die Varianz ist durch die Gleichung

$$\text{var}(X) = E\{(X - \bar{x})^2\} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2 \quad (2)$$

definiert. Mit der Tastenfolge SHIFT 2 x² und SHIFT 5 x² erhält man $\text{var}(X) = 8.76$ und $\text{var}(Y) = 1.01$.

Erwartungswert des Produktes XY .

$$\overline{xy} = E\{XY\} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x(k)y(k) \quad (3)$$

Diesen Wert erhält man mit dem CASIO durch drücken von Kout 6 ÷ Kout 3 =. Es ergibt sich $\overline{xy} = 0.56$.

Kovarianz. Die Kovarianz ist durch die Gleichung

$$\text{cov}(XY) = E\{(X - \bar{x})(Y - \bar{y})\} = \overline{xy} - \bar{x}\bar{y} \quad (4)$$

gegeben. Dieser Wert errechnet sich durch 0 . 5 6 - SHIFT 1 × SHIFT 4 =. Man erhält $\text{cov}(XY) = 0$.

Korrelationskoeffizient. Der Korrelationskoeffizient ist folgendermaßen definiert

$$\text{var}_{xy} = \frac{\text{cov}(XY)}{\text{var}(X) \text{var}(Y)}. \quad (5)$$

Beim CASIO erhält man diesen Wert durch Drücken der Tasten SHIFT 9. Der Korrelationskoeffizient ist Null, weil auch schon die Kovarianz Null ist.